## МЕХАНИКА

УДК 532

# Н. Л. Великанов, В. А. Наумов, С. И. Корягин ДИНАМИКА ПАДАЮЩЕЙ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЧАСТИЦЫ. ЧАСТЬ 2

Установлено, что увеличение начальной вертикальной скорости частиц приводит к росту отклонения траектории частиц от вертикали. При этом частицы быстрее достигают поверхности из-за большей вертикальной скорости на начальном участке траектории, что подтверждается графиками.

It is established that the increase in initial vertical speed of particles leads to growth of deviation of trajectory of particles from vertical. Thus particles reach surface because of bigger vertical speed on initial site of trajectory that is confirmed by schedules quicker.

Ключевые слова: критерии подобия, численное исследование, кривая сопротивления.

Key words: similitude parameters, numerical research, resistance curve.

Основными причинами вращения частиц в потоке являются их соударения между собой и со стенкой, градиент осредненной скорости среды, несовпадение центра тяжести с центром приложения аэродинамической силы.

Пусть сферическая частица, вращающаяся с угловой скоростью  $\Omega_0$ , находится на поверхности неподвижной жидкости. Динамика врацающейся падающей частицы описывается уравнениями, представленными в части 1 [1-3].

При  $\text{Re}_{\omega}$  > 1000 влияние величины ү на коэффициент  $C_M$  заметно при любых значениях ү. При  $\text{Re}_{\omega}$  > 2000 в расчетах пришлось использовать формулу, предложенную в [1], но с уточненными числовыми коэффициентами:

$$C_M/\pi = 25.6/\text{Re}_{\omega}^{0.485}$$

Учет взаимного эффекта поступательного и вращательного движения можно провести по следующим формулам [1]:

$$C_{R}(\text{Re, Re}_{\omega}) = (1+0,043 \,\text{Re}_{\omega}^{0,3}) C_{R}^{\circ}(\text{Re}),$$
  
$$C_{\omega}(\text{Re, Re}_{\omega}) = (1+0,0044 \,\text{Re}^{0,5}) C_{\omega}^{\circ}(\text{Re}).$$

Стандартная кривая сопротивления  $C_{R}^{\circ}$  (Re) хорошо описывается зависимостью

$$C_{R}^{o} = \begin{cases} \frac{24}{\text{Re}} \left(1 + 0, 15 \,\text{Re}^{0,687}\right) \text{ при Re} < 1000, \\ 0,44 \text{ при } 1000 \leqslant \text{Re} < 2 \cdot 10^{5}. \end{cases}$$

Числа Рейнольдса по безразмерным скоростям вычисляются так:

$$\operatorname{Re}_{\omega} = \operatorname{Re}_{0} |\omega|, \quad \operatorname{Re} = \operatorname{Re}_{0} \Lambda \sqrt{u^{2} + w^{2}}, \quad \operatorname{Re}_{0} = \frac{\Omega_{0} \delta^{2}}{v}.$$

Задача Коши решалась численным методом в среде *Mathcad* сначала для условий опытов [2].

На рисунках 1—22 представлены результаты численного исследования влияния критериев подобия на результаты расчетов с использованием усовершенствованной модели.



Рис. 1. Изменение безразмерной вертикальной скорости падающих вращающихся частиц по высоте при  $\text{Re}_0 = 250$ ;  $\lambda = 0,2$ ;  $\text{Fr}_{\omega} = 100$  и различных значениях  $\Lambda: 1 - \Lambda = 10$ ;  $2 - \Lambda = 20$ ;  $3 - \Lambda = 30$ ;  $4 - \Lambda = 50$ 



Рис. 2. Траектории падающих частиц при Re<sub>0</sub> = 250;  $\lambda$  = 0,2; Fr<sub> $\omega$ </sub> = 100 и различных значениях  $\Lambda$ : 1 —  $\Lambda$  = 10; 2 —  $\Lambda$  = 20; 3 —  $\Lambda$  = 30; 4 —  $\Lambda$  = 50



Рис. 3. Изменение безразмерной вертикальной скорости падающих вращающихся частиц по высоте при Re<sub>0</sub> = 250;  $\Lambda$  = 25; Fr<sub> $\omega$ </sub> = 100 и различных значениях  $\lambda$ :  $1 - \lambda = 0,1$ ;  $2 - \lambda = 0,15$ ;  $3 - \lambda = 0,2$ ;  $4 - \lambda = 0,3$ 



Рис. 4. Изменение безразмерной горизонтальной скорости падающих вращающихся частиц по высоте при  $\text{Re}_0 = 250$ ;  $\Lambda = 25$ ;  $\text{Fr}_{\omega} = 100$  и различных значениях  $\lambda$ :  $1 - \lambda = 0,1$ ;  $2 - \lambda = 0,15$ ;  $3 - \lambda = 0,2$ ;  $4 - \lambda = 0,3$ 



Рис. 5. Изменение безразмерной вертикальной координаты частиц по времени при Re<sub>0</sub> = 250;  $\Lambda$  = 25; Fr<sub> $\omega$ </sub> = 100 и различных значениях  $\lambda$ :  $1 - \lambda = 0,1$ ;  $2 - \lambda = 0,15$ ;  $3 - \lambda = 0,2$ ;  $4 - \lambda = 0,3$ 



Рис. 6. Изменение безразмерной угловой скорости частиц по высоте при  $\mathrm{Re}_0=250;~\Lambda=25;~\mathrm{Fr}_{\omega}=100$ 

и различных значениях  $\lambda$ :  $1 - \lambda = 0,1; 2 - \lambda = 0,15; 3 - \lambda = 0,2; 4 - \lambda = 0,3$ 



Рис. 7. Изменение чисел Рейнольдса частиц Re $_{\omega}$ по высоте при Re $_{0}$  = 250;  $\Lambda$  = 25; Fr $_{\omega}$  = 100 и различных значениях  $\lambda$ :  $1 - \lambda = 0,1$ ;  $2 - \lambda = 0,15$ ;  $3 - \lambda = 0,2$ ;  $4 - \lambda = 0,3$ 



Рис. 8. Изменение чисел Рейнольдса частиц Re по высоте при Re<sub>0</sub> = 250;  $\Lambda$  = 25; Fr<sub>o</sub> = 100 и различных значениях  $\lambda$ :  $1 - \lambda$  = 0,1;  $2 - \lambda$  = 0,15;  $3 - \lambda$  = 0,2;  $4 - \lambda$  = 0,3



Рис. 9. Изменение отношения чисел Рейнольдса ү по высоте при Re<sub>0</sub> = 250;  $\Lambda$  = 25; Fr<sub>o</sub> = 100 и различных значениях  $\lambda$ :  $1 - \lambda = 0,1; 2 - \lambda = 0,15; 3 - \lambda = 0,2; 4 - \lambda = 0,3$ 



Рис. 10. Изменение безразмерной вертикальной скорости падающих вращающихся частиц по высоте при  $\text{Re}_0 = 200$ ;  $\Lambda = 20$ ;  $\lambda = 0,2$  и различных значениях  $\text{Fr}_{\omega}$ :  $1 - \text{Fr}_{\omega} = 50$ ;  $2 - \text{Fr}_{\omega} = 100$ ;  $3 - \text{Fr}_{\omega} = 150$ ;  $4 - \text{Fr}_{\omega} = 200$ 



Рис. 11. Изменение безразмерной горизонтальной скорости частиц по высоте при  $Re_0 = 200$ ;  $\Lambda = 20$ ;  $\lambda = 0,2$  и различных значениях  $Fr_{\omega}$ :  $1 - Fr_{\omega} = 50$ ;  $2 - Fr_{\omega} = 100$ ;  $3 - Fr_{\omega} = 150$ ;  $4 - Fr_{\omega} = 200$ 











Рис. 14. Изменение чисел Рейнольдса частиц Re по высоте при Re<sub>0</sub> = 200;  $\Lambda$  = 20;  $\lambda$  = 0,2 и различных значениях Fr<sub> $\omega$ </sub>: 1 — Fr<sub> $\omega$ </sub> = 50; 2 — Fr<sub> $\omega$ </sub> = 100; 3 — Fr<sub> $\omega$ </sub> = 150; 4 — Fr<sub> $\omega$ </sub> = 200



Рис. 15. Изменение отношения чисел Рейнольдса  $\gamma$ по высоте при Re<sub>0</sub> = 200;  $\Lambda$  = 20;  $\lambda$  = 0,2 и различных значениях Fr<sub> $\omega$ </sub>: 1 — Fr<sub> $\omega$ </sub> = 50; 2 — Fr<sub> $\omega$ </sub> = 100; 3 — Fr<sub> $\omega$ </sub> = 150; 4 — Fr<sub> $\omega$ </sub> = 200



Рис. 16. Траектории падающих вращающихся частиц при  $\Lambda = 25$ ;  $\lambda = 0,2$ ;  $\operatorname{Re}_0 = 200$ ;  $\operatorname{Fr}_\omega = 100$  и различных значениях  $w_0$ :  $1 - w_0 = 0$ ;  $2 - w_0 = 0,02$ ;  $3 - w_0 = 0,04$ ;  $4 - w_0 = 0,08$ 



Рис. 17. Изменение безразмерной вертикальной координаты частиц по времени при  $\Lambda = 25$ ;  $\lambda = 0,2$ ;  $\text{Re}_0 = 200$ ;  $\text{Fr}_\omega = 100$  и различных значениях  $w_0$ :  $1 - w_0 = 0$ ;  $2 - w_0 = 0,02$ ;  $3 - w_0 = 0,04$ ;  $4 - w_0 = 0,08$ 



Рис. 18. Изменение безразмерной горизонтальной координаты частиц по времени при  $\Lambda = 25$ ;  $\lambda = 0,2$ ;  $\text{Re}_0 = 200$ ;  $\text{Fr}_\omega = 100$  и различных значениях  $w_0$ :  $1 - w_0 = 0$ ;  $2 - w_0 = 0,02$ ;  $3 - w_0 = 0,04$ ;  $4 - w_0 = 0,08$ 



Рис. 19. Изменение безразмерной вертикальной скорости частиц по высоте при  $\Lambda = 25$ ;  $\lambda = 0,2$ ;  $\text{Re}_0 = 200$ ;  $\text{Fr}_{\omega} = 100$ и различных значениях  $w_0$ :  $1 - w_0 = 0$ ;  $2 - w_0 = 0,02$ ;  $3 - w_0 = 0,04$ ;  $4 - w_0 = 0,08$ 



Рис. 20. Изменение безразмерной горизонтальной скорости частиц по высоте при  $\Lambda = 25$ ;  $\lambda = 0,2$ ;  $\text{Re}_0 = 200$ ;  $\text{Fr}_{\omega} = 100$  и различных значениях  $w_0$ :  $1 - w_0 = 0$ ;  $2 - w_0 = 0,02$ ;  $3 - w_0 = 0,04$ ;  $4 - w_0 = 0,08$ 



Рис. 21. Изменение безразмерной угловой скорости частиц по высоте при  $\Lambda = 25$ ;  $\lambda = 0,2$ ;  $\text{Re}_0 = 200$ ;  $\text{Fr}_{\omega} = 100$ и различных значениях  $w_0$ :  $1 - w_0 = 0$ ;  $2 - w_0 = 0,02$ ;  $3 - w_0 = 0,04$ ;  $4 - w_0 = 0,08$ 



Рис. 22. Изменение числа Рейнольдса частиц по времени при  $\Lambda = 25$ ;  $\lambda = 0,2$ ;  $\text{Re}_0 = 200$ ;  $\text{Fr}_\omega = 100$ и различных значениях  $w_0$ :  $1 - w_0 = 0$ ;  $2 - w_0 = 0,02$ ;  $3 - w_0 = 0,04$ ;  $4 - w_0 = 0,08$ 

По рисунку 16 увеличение начальной вертикальной скорости частиц  $w_0$  приводит, казалось бы, к парадоксальному результату: росту отклонения траектории частиц от вертикали. При этом по рисунку 17 частицы быстрее достигают поверхности из-за большей вертикальной скорости на начальном участке траектории, что подтверждается графиками 19. В дальнейшем вертикальные скорости частиц выравниваются, так как значения остальных критериев подобия одинаковые. Объясняется наблюдаемое явление влиянием силы Жуковского-Магнуса на горизонтальную скорость частиц. Чем больше  $w_0$ , тем выше проходит график u(z) на рисунке 20.

#### Список литературы

1. Яценко В. П., Наумов В. А., Соломенко А. Д. О коэффициенте в формуле для силы Магнуса при больших числах Рейнольдса // Моделирование в механике. 1992. Т. 6(23), № 4. С. 150—156.



2. *Naumov V. A., Solomenko A. D., Yatsenko V. P.* Influence of the Magnus force on the motion of a spherical solid with a large angular velocity // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 1993. Vol. 65, № 3. P.852–855.

3. Великанов Н.Л., Корягин С. И. Проблемы эксплуатации и ремонта металлических и железобетонных конструкций. Калининград, 2015.

#### Об авторах

Николай Леонидович Великанов — д-р техн. наук, проф., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград. E-mail: monolit8@yandex.ru

Владимир Аркадьевич Наумов — д-р техн. наук, проф., Калининградский государственный технический университет, Калининград. E-mail: van-old@rambler.ru

Сергей Иванович Корягин — д-р техн. наук, проф., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград. E-mail: SKorvagin@kantiana.ru

E-mail: SKoryagin@kantiana.ru

### About the authors

Prof. Nikolay Velikanov — I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad. E-mail: monolit8@yandex.ru

Prof. Vladimir Naumov — Kaliningrad state technical university, Kaliningrad. E-mail: van-old@rambler.ru

Prof. Sergey Koryagin — I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad. E-mail: SKoryagin@kantiana.ru